

**Решения задач Межрегиональной олимпиады школьников на базе
ведомственных образовательных организаций
в 2023-2024 учебном году
9 класс**

Заключительный этап. Вариант 1.

Задача 1. (10 баллов). Имеются две однородные пластины с плотностями ρ_1 и ρ_2 . Известно, что объем первой пластины составляет $1/n$ (одну n -ю) часть суммарного объема пластин. Найти результирующую плотность ρ пластин.

Решение:

По определению, результирующая плотность ρ пластин находится по формуле

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (1.1)$$

где m, V – суммарная масса и суммарный объем пластин соответственно. Используя второе условие задачи, можно записать:

$$V_1 = \frac{V}{n}, \quad (1.2)$$

$$V_2 = V \left(1 - \frac{1}{n}\right). \quad (1.3)$$

Здесь V_1, V_2 – объемы обеих пластин соответственно. Запишем суммарную массу пластин:

$$m = \rho_1 \frac{V}{n} + \rho_2 V \left(1 - \frac{1}{n}\right). \quad (1.4)$$

Подставляя выражение для m в первую формулу, получим ответ:

$$\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2(n-1)}{n}. \quad (1.5)$$

Ответ: $\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2(n-1)}{n}$.

Задача 2. (15 баллов). Три тела с разными массами подвешены к потолку (см. рис.) на трех нитях. Система тел покоится. Известна сила натяжения T верхней нити. Если поменять местами 1-е и 2-е тела, сила натяжения средней нити получит приращение F_1 . Если же поменять местами 1-е и 3-е тела, сила натяжения нижней нити получит приращение F_2 . Найти первоначальные силы натяжения средней и нижней нитей $T_{\text{ср.}}$ и $T_{\text{ниж.}}$ соответственно.

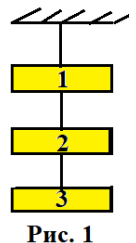


Рис. 1

Решение:

Пусть P_1, P_2, P_3 – веса трех тел соответственно. Используя определение веса тела, можно записать:

$$P_1 + P_2 + P_3 = T. \quad (2.1)$$

$$P_2 + P_3 = T_{\text{ср.}}. \quad (2.2)$$

$$P_3 = T_{\text{ниж.}}. \quad (2.3)$$

Если поменять местами 1-е и 2-е тела, выражение (3.2) примет вид:

$$P_1 + P_3 = T_{\text{ср.2}}. \quad (2.4)$$

Приращение натяжения средней нити F_1 по определению будет равно

$$T_{\text{ср.2}} - T_{\text{ср.}} = P_1 + P_3 - (P_2 + P_3) = P_1 - P_2 = F_1. \quad (2.5)$$

Если же поменять местами 1-е и 3-е тела, выражение (3.3) примет вид:

$$P_1 = T_{\text{ниж.2}}. \quad (2.6)$$

Приращение натяжения нижней нити F_2 по определению будет равно

$$T_{\text{ниж.2}} - T_{\text{ниж.}} = P_1 - P_3 = F_2. \quad (2.7)$$

Таким образом, мы получили простую систему трех алгебраических уравнений с тремя неизвестными P_1, P_2, P_3 .

$$\begin{cases} P_1 + P_2 + P_3 = T. \\ P_1 - P_2 = F_1. \\ P_1 - P_3 = F_2 \end{cases} \quad (2.8)$$

Решая эту систему, находим:

$$P_1 = \frac{T + F_1 + F_2}{3}, \quad (2.9)$$

$$P_2 = \frac{T - 2F_1 + F_2}{3}, \quad (2.10)$$

$$P_3 = \frac{T + F_1 - 2F_2}{3}. \quad (2.11)$$

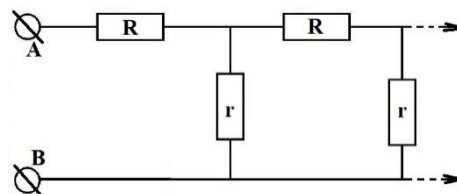
Используя выражения (2.2) и (2.3), получаем ответ.

$$T_{\text{ср.}} = \frac{2T - F_2 - F_1}{3}, \quad (2.12)$$

$$T_{\text{ниж.}} = \frac{T - 2F_2 + F_1}{3}. \quad (2.13)$$

Ответ: $T_{\text{ср.}} = \frac{2T - F_2 - F_1}{3}$ и $T_{\text{ниж.}} = \frac{T - 2F_2 + F_1}{3}$.

Задача 3. (25 баллов). Дана бесконечная цепь, образованная повторением одного и того же звена – резисторов с известными сопротивлениями R и r . Найти результирующее сопротивление цепи $R_{\text{рез.}}$ между точками А и В.



Решение:

Обратим внимание на то, что если мы удалим из цепи первое (левое) звено, цепь (в силу ее бесконечности) себя полностью восстановит. Это означает, что все звенья, начиная со второго, могут быть заменены резистором с сопротивлением, равным искомому $R_{\text{рез.}}$.

Таким образом мы свели решение нашей задачи к расчету сопротивления так называемой эквивалентной цепи (см. рисунок). Проведем этот расчет.

Общее сопротивление R_{\parallel} двух параллельно соединенных сопротивлений $R_{рез.}$ и r равно

$$R_{\parallel} = \frac{rR_{рез.}}{R_{рез.} + r}. \quad (3.1)$$

Сопротивление $R_{эц}$ всей эквивалентной цепи равно

$$R_{эц} = R + R_{\parallel} = R + \frac{rR_{рез.}}{R_{рез.} + r}. \quad (3.2)$$

По только что доказанному ($R_{эц} = R_{рез.}$) запишем

$$R + \frac{rR_{рез.}}{R_{рез.} + r} = R_{рез.}. \quad (3.3)$$

Преобразуем последнее уравнение для поиска $R_{рез.}$. Мы придем к простому алгебраическому уравнению

$$R_{рез.}^2 - R_{рез.}R - Rr = 0. \quad (3.4)$$

Решая его, получим (оставляя лишь один физический корень) ответ

$$R_{рез.} = \frac{R}{2} \left[1 + \sqrt{1 + 4r/R} \right]. \quad (3.5)$$

Ответ: $R_{рез.} = \frac{R}{2} \left[1 + \sqrt{1 + 4r/R} \right].$

Задача 4. (25 баллов). Два одинаковых шарика массы m и плотностью материала ρ прикреплены к концам невесомой и нерастяжимой нити. Нить перекинута через невесомый блок, который застопорен. Под один из шариков подвели сосуд с жидкостью плотности $\rho_{ж.}$ так, что шарик оказался глубоко погруженным в жидкость. Найти установившуюся скорость $v_{ус.}$ движения шариков, когда блок будет расстопорен. Считать, что сила сопротивления движению шарика в жидкости линейно зависит от скорости с известным коэффициентом k ($F_C = kv$).

Решение:

Нарисуем рисунок и обозначим на нем все силы, действующие на шарики: $m\vec{g}$, \vec{F}_A , \vec{F}_C , \vec{F}_H – силу тяжести, силу Архимеда, силу сопротивления жидкости движению шарика, силу натяжения нитей соответственно.

Напишем уравнения движения каждого шарика в проекциях на вертикальную ось.

$$mw = mg - F_H, \quad (4.1)$$

$$mw = F_H + F_A - mg - F_C. \quad (4.2)$$

Сложив эти два уравнения движения, получим:

$$2mw = F_A - F_C. \quad (4.3)$$

После подстановки $F_A = \rho_{ж.}Vg$, $F_C = kv$ наше уравнение примет вид:

$$2mw = \rho_{ж.}Vg - kv, \quad (4.4)$$

здесь $V = \frac{m}{\rho}$ — объем шарика.

Проанализируем наше уравнение с целью определения установившейся скорости v_{yc} движения шариков, когда блок будет расстопорен. Если бы не было силы сопротивления жидкости движению шарика $F_C = kv$, скорость шариков только увеличивалась бы под действием постоянной силы Архимеда, и не о какой установившейся скорости v_{yc} движения шариков речи бы не шло.

При наличии силы F_C увеличение скорости шариков будет идти до тех пор, пока сила F_C не сравняется по величине с силой F_A . Далее движение шариков будет происходить практически с постоянной (установившейся) скоростью, величину которой найдем из (4.3), приравняв нулю величину ускорения ($w = 0$).

$$\rho_{ж.} V g - kv_{yc} = 0, \quad (4.5)$$

$$v_{yc} = \frac{\rho_{ж.} mg}{\rho k}. \quad (4.6)$$

Ответ: $v_{yc} = \frac{\rho_{ж.} mg}{\rho k}$.

Примечание. Условие данной задачи позволяет найти не только установившуюся скорость v_{yc} движения шариков таким простым предложенным способом, но и их скорость $v(t)$ в любой момент времени t (с применением методов высшей математики). Выпишем только результат нахождения $v(t)$ не приводя решения задачи.

$$v(t) = v_{yc} = \frac{\rho_{ж.} mg}{\rho k} [1 - e^{-kt/2m}]$$

Мы видим, что $v(t)$ со временем асимптотически стремится к v_{yc} , [т.е. при ($t \rightarrow \infty$)].

Задача 5. (25 баллов). В калориметр налито $m_B=2$ кг воды при температуре $t_B=5^{\circ}\text{C}$. Туда же поместили $m_L=5$ кг льда с начальной температурой $t_L= -40^{\circ}\text{C}$. Определить установившуюся температуру $t_{уст.}$ содержимого калориметра. Найти объем V содержимого калориметра (исключая газообразную фазу). Теплоемкостью калориметра пренебречь. Теплообмен с внешней средой отсутствует. Удельные теплоемкости: льда $c_L = 2,1$ кДж/(кг · град.); воды $c_B = 4,2$ кДж/(кг · град.); удельная теплота плавления льда $\lambda = 333$ кДж/(кг); Плотность льда $\rho_L = 0,9$ г/см³. Плотность воды $\rho_B = 1,0$ г/см³.

Решение:

Сделаем предварительные численные оценки, чтобы понять какие фазовые превращения произойдут в калориметре.

1. Найдем количество тепла Q_L , которое надо сообщить куску льда, чтобы его нагреть от $t_L= -40^{\circ}\text{C}$ до температуры плавления 0°C .

$$Q_L = c_L m_L (0 - t_L) = 2,1 * 10^3 * 5 * 40 = 4,2 * 10^5 \text{ Дж}. \quad (5.1)$$

2. Найдем количество тепла $Q_{B.1}$, которое отдает вода при ее охлаждении от $t_B=5^{\circ}\text{C}$ до температуры замерзания 0°C .

$$Q_{в.1} = c_в m_в (t_в - 0) = 4,2 * 10^3 * 2 * 5 = 4,2 * 10^4 \text{ Дж.} \quad (5.2)$$

3. Поскольку $Q_л. > Q_{в.1}$, делаем вывод: вода, охладившись до 0°C , начнет превращаться в лед.

4. Вся ли вода превратится в лед? Чтобы ответить на этот вопрос, сначала посчитаем теплоту кристаллизации всей воды.

$$Q_{кр.в.1} = \lambda m_в = 333 * 10^3 * 2 = 6,66 * 10^5 \text{ Дж.} \quad (5.3)$$

Затем сравним ее с разностью $Q_л. - Q_{в.1} = 3,78 * 10^5 \text{ Дж.}$

$$Q_л. - Q_{в.1} < Q_{кр.в.1} \quad (5.4)$$

Это неравенство означает, что «запасов холода» у льда не хватит, чтобы вся вода превратилась в лед.

5. Теперь мы можем сделать окончательный вывод: только часть первоначального количества воды δm превратится в лед, в калориметре при температуре $t_{уст.} = 0^\circ\text{C}$ будет находиться $m_л + \delta m$ льда и $m_в - \delta m$ воды.

Найдем массу воды δm , превратившуюся в лед. Для этого напишем уравнение теплового баланса.

$$c_л m_л (0 - t_л) - c_в m_в (t_в - 0) \Leftarrow Q_л. - Q_{в.} = Q_{кр.в.2} \Rightarrow \lambda \delta m, \quad (5.5)$$

$$\delta m = \frac{c_л m_л (-t_л) - c_в m_в t_в}{\lambda}. \quad (5.6)$$

Теперь найдем объем V содержимого калориметра:

$$V = V_л + V_в = \frac{m_л + \delta m}{\rho_л} + \frac{m_в - \delta m}{\rho_в}. \quad (5.7)$$

После подстановки в последнюю формулу полученного выражения для δm получим ответ.

$$\underline{\text{Ответ:}} \quad t_{уст.} = 0^\circ\text{C}. \quad V = \frac{m_л}{\rho_л} + \frac{m_в}{\rho_в} + \left[\frac{1}{\rho_л} - \frac{1}{\rho_в} \right] \frac{c_л m_л (-t_л) - c_в m_в t_в}{\lambda} = 7.43 \text{ л.}$$

РЕШЕНИЕ

жюри Межрегиональной олимпиады школьников
на базе ведомственных образовательных организаций по физике
в 2023-2024 учебном году

Каждая задача очного этапа олимпиады оценивалась по системе: указанной в таблицах. Для каждой параллели классов (8-9, 10 и 11) разработана своя система баллов и критерии определения призёров (1, 2 и 3 место), принятая на заседании жюри олимпиады.

Критерии определения призёров (по сумме набранных баллов):

8, 9 класс

за I место – от 86 до 100 баллов;

за II место – от 70 до 85 баллов;

за III место – от 40 до 69 баллов.

**Система оценки задач
для 8-9 класса (максимальное количество баллов - 100):**

№ задачи	1	2	3	4	5
Ответ верный , решение является верным и полным;	10	15	25	25	25
Ответ верный , решение является верным, получен правильный ответ, возможны небольшие недочеты (не полный в рисунок, не написаны законы в векторной форме и т.д.)	9	13-14	23-24	23-24	23-24
Ответ верный , решение в общем верное, получен правильный ответ, но есть существенные недочеты (отсутствие рисунка, использование соотношений, не являющихся физическими законами, не учтены и не рассмотрены все возможные случаи, использованные соотношения и формулы недостаточно обоснованы и т.д.)	6-8	8-12	13-22	13-22	13-22
Ответ неверный , но составлена правильная система уравнений и соотношений с использованием необходимых физических законов, но решение не доведено до конца или в нем имеются ошибки на стадии математических преобразований	1-5	2-7	2-12	2-12	2-12
Ответ неверный , обнаружены существенные пробелы в теоретических знаниях, законах физики, которые не позволили решить задачу	0	0-1	0-1	0-1	0-1